



Fjölbrautaskóli Vesturlands á Akranesi

Stærðfræðikeppni fyrir grunnskólanema haldin 11. mars 2014.

10. bekkur - LAUSN

Keppnin er í þremur hlutum:

Í fyrsta hluta eru 20 krossaspurningar sem veða 3 stig hver, samtals 60 stig. **1 stig er dregið frá fyrir rangt svar við spurningu í fyrsta hluta svo það getur verið betra að sleppa spurningu en að giska á svar.**

Í öðrum hluta eru 6 dæmi. Gefin eru 5 stig fyrir rétt svar við dæmi og 0 stig fyrir rangt svar. Ekki þarf að sýna útreikninga. Fyrir dæmin í öðrum hluta er hægt að fá 30 stig samtals.

Í þriðja hluta er 1 dæmi. Sýna þarf útreikninga. Fyrir rétt svar fást 5 stig og fyrir rétta útreikninga sem eru skilmerkilega upp settir fást allt að 5 stig svo fyrir þriðja hluta er hægt að fá alls 10 stig.

Ekki gefast upp þótt þér virðist verkefnin erfið. Hlutfall réttra svara í stærðfræðikeppni er yfirleitt mun lægra en á venjulegu prófi.

Þú hefur nákvæmlega eina og hálf klukkustund til að leysa verkefnin. **Reiknivélar eru ekki leyfðar.**

Leystu léttustu dæmin fyrst. Athugaðu að dæmunum er ekki raðað eftir þyngd.

Athugaðu að margföldun er táknuð með \times , dæmi: $3 \times 2 = 6$. Deiling er táknuð með striki, dæmi: $\frac{8}{2} = 4$, $8/2 = 4$ og $8/2 = 4$.

Keppnin er kostuð af Norðuráli ehf.



Merktu með prentstöfum og vandaðu skriftina.

Nafn: _____ Kennitala: _____

Heimilisfang: _____

Skóli: _____ Sími: _____

Fyrsti hluti

60 stig af 100

Í þessum hluta eru 20 spurningar. Hver spurning er 3ja stiga virði.

Krossaðu við rétt svar. Fyrir rangt svar er 1 stig dregið frá. Við hverri spurningu er eitt rétt svar.

1) Tugabrotið 0,125 er sama tala og

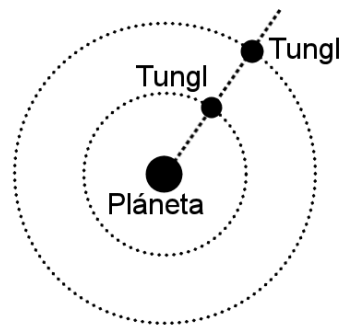
$\frac{1}{11}$

$\frac{1}{8}$

$\frac{1}{6}$

$\frac{1}{5}$

2) Kringum plánetu í fjarlægju sólkerfi snúast tvö tungl. Þau snúast bæði rangsælis um plánetuna, á jöfnum hraða eftir hringlaga brautum. Þegar geimfari frá jörðinni á leið hjá sér hann að plánetan og tunglin tvö eru í beinni línu eins og á myndinni. Mælingar hans sýna að innra tunglið fer heilan hring á 1.000.000 sekúndum. Það ytra er 1.250.000 sekúndur að fara hringinn. Hvað líða margar sekúndur þangað til plánetan og tunglin tvö eru aftur í sömu stöðu?



750.000

1.250.000

4.000.000

5.000.000

3) $331 + 332 + 333 + 334 + 335 + 336 =$

2001

2000

1999

1998

4) $\frac{11}{1} + \frac{11}{10} + \frac{11}{100} =$

$\frac{33}{111}$

33,33

$\frac{1221}{1000}$

12,21

5) Þegar deilt er í almenna brotið $\frac{1}{3}$ með tugabrotinu 0,6666 fæst tala sem er næst því að vera

0,2222

0,3333

0,5000

2,0000

6) $(3 \times 5 \times 7 \times 13) - (3 \times 5 \times 7 \times 12) =$

1

13

105

156

7) $\frac{7}{8} \times \frac{8}{9} \times \frac{9}{10} \times \frac{10}{11} \times \frac{11}{12} \times \frac{12}{13} \times \frac{13}{14} =$

0,5

0,7

1,4

2,0

8) Jörðin snýst einn hring um sólina á um það bil 365 dögum. Meðalfjarlægð jarðar frá sólu er um það bil 150 milljónir km og hringurinn sem jörðin fer um það bil 940 milljónir km. Þetta þýðir að hraði jarðar á braut um sólu er rúmlega

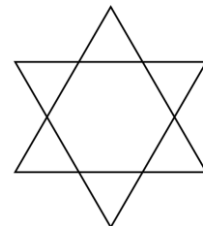
100 km á klukkustund

1.000 km á klukkustund

10.000 km á klukkustund

100.000 km á klukkustund

9) Hexagram (eða Davíðsstjarna) er myndað úr tveim jafnstórum jafnhliða þríhyrningum sem eru lagðir saman þannig að innan í myndinni verði reglulegur sexhyrningur með allar hliðar jafnlangar. (Sjá mynd til hægri.) Hvað þekur hexagram mikið flatarmál ef hvor þríhyrningur sem það er myndað úr er 1m^2 að flatarmáli?



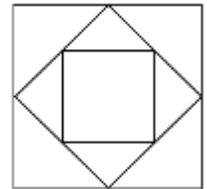
$1\frac{1}{2}\text{m}^2$

$1\frac{1}{3}\text{m}^2$

$1\frac{1}{4}\text{m}^2$

$1\frac{1}{6}\text{m}^2$

10) Þrem ferningum er raðað eins og myndin sýnir þannig að horn þess minnsta snerta miðjar hliðar þess næstminnsta og horn þess næstminnsta snerta miðjar hliðar þess stærsta. Hliðar minnsta ferningsins eru samtals 1 metri að lengd. Hvað er sá stærsti margir fermetrar að flatarmáli?



0,25

0,50

0,75

1,00

11) Hvað af þessu hefur lægstu útkomuna?

$0,1 \times 0,1$

$0,2 \times 0,02$

$0,4 \times 0,004$

$0,8 \times 0,0008$

12) Allar hitakærar bakteríur eru dreifkjörnungar og sumir dreifkjörnungar eru frumbjarga. Hvaða ályktun má draga af þessu?

Að sumar hitakærar bakteríur eru frumbjarga.

Að sumar frumbjarga verur eru hitakærar bakteríur.

Að sumar frumbjarga verur eru dreifkjörnungar.

Að sumar hitakærar bakteríur eru ekki frumbjarga.

13) Ef $A > B$ og $A - B = 1$ þá gildir að $A^2 - B^2$ er sama tala og

$A + B$

$4 \times A - B$

$2 \times A \times B$

$4 \times B - A$

14) 2 gosflöskur og 1 súkkulaðistykki kosta samtals 190 krónur.

1 gosflaska og 2 súkkulaðistykki kosta samtals 200 krónur.

Hvað kostar eitt súkkulaðistykki margar krónur?

60

65

70

75

15) Í þorpi einu eru fjórar sjoppur sem allar selja samlokur. Ein stendur við höfnina, ein við torgið, ein hjá grunnskólanum og ein við innkeyrsluna í bæinn. Eigendurnir, sem afgreiða hver í sinni sjoppu, ljúga því allir að viðskiptavinum að samlokurnar séu ódýrastar hjá sér og segja: „Enginn er með eins ódýrar samlokur og ég.“ Í sjoppunni við torgið kostar samloka 500 krónur. Hvað getum við ályktað af þessu um verð á samloku í sjoppunni við höfnina?

Í sjoppunni við höfnina kostar samloka að minnsta kosti 500 krónur.

Í sjoppunni við höfnina kostar samloka nákvæmlega 500 krónur.

Í sjoppunni við höfnina kostar samloka í mesta lagi 500 krónur.

Af þessu getum við ekkert ályktað um verð á samloku í sjoppunni við höfnina.

16) Reiknimeistari margfaldaði saman þrjár jafnar tölur í röð. Þegar hann skrifaði útkomuna slettust kringlóttir blekdropar yfir tvo tölustafi svo það sem sást á blaðinu var 13●●8. Hvaða tölur margfaldaði hann saman?

12, 14 og 16

16, 18 og 20

22, 24 og 26

24, 26 og 28

17) Kassi hefur rétthyrndar hliðar og að innanmáli er hæð hans 20 sentimetrar, breiddin 5 sentimetrar og lengdin 10 sentimetrar. Hvað er hægt að raða í hann mörgum teningum sem eru hálfur sentímetri á hvern kant (þ.e. kubbum sem hafa rétthyrndar hliðar og allar brúnir hálfan sentímetra að lengd)?

400

800

4000

8000

18) 2 kg af appelsínum kosta jafnmikið og 3 kg af eplum.

2 kg af eplum kosta jafnmikið og 1 kg af banönum.

Hvað fæst mikið af appelsínum fyrir peninga sem duga fyrir 1 kg af banönum?

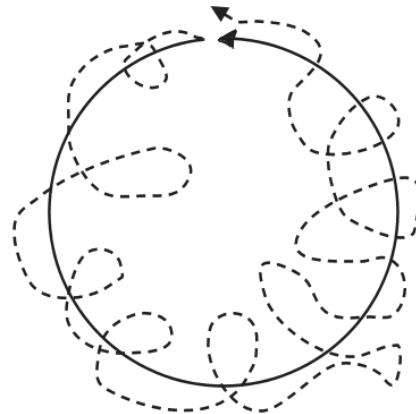
$1\frac{2}{3}$ kg

$1\frac{1}{2}$ kg

$1\frac{1}{3}$ kg

$1\frac{1}{6}$ kg

19) Glaðasti hundur í heimi fer út að ganga með húsbónda sínum. Leiðin sem þeir fara er 4 km langur vegarspotti sem liggur í hring og þeir eru 40 mínútur á leiðinni. Húsbóndinn gengur á jöfnum hraða á miðjum veginum en hundurinn hleypur allan tímann á hraðanum 18 km á klukkustund. Á myndinni er leiðin sem húsbóndinn gekk sýnd með óbrotinni línu en leiðin sem hundurinn fór er sýnd með punktalínu. Hversu löng er leiðin sem hundurinn fór?



8 km
 12 km

10 km
 14 km



20) Kvaðratróttin af tölunni 12321 er

101

111

121

131

Annar hluti

30 stig af 100

Í þessum hluta eru 6 spurningar. Hver spurning er 5 stiga virði. Ekki þarf að sýna útreikninga.

21) Í systkinahópi kemur fyrir þrenns konar háralitur: Rauður, ljós og dökkur. Sex af systkinunum eru ekki rauðhærð, fimm eru ekki dökkhærð og þrjú eru ekki ljóshærð. Hvað eru systkinin mörg?

Svar 7

$$\text{Ath. } D + L = 6$$

$$R + L = 5$$

$$D + R = 3$$

Af þessu leiðir að $2(D + L + R) = 14$ svo $D + L + R = 7$.

22) Hjólreiðamaður hjólar 18 km leið. Fyrri helmingurinn af leiðinni er upp í móti svo hann hjólar fyrstu 9 kílómetrana á hraðanum 12 km á klukkustund. Seinni helmingur leiðarinnar er á jafnsléttu og hjólareiðamaðurinn fer hann á hraðanum 36 km á klukkustund. Hver er meðalhraði hjólreiðamannsins?

Svar: Hann er 45 mínútur með fyrri 9 km og 15 mínútur með seinni 9 km. Alls tekur 18 km ferð því 1 klukkustund og meðalhraðinn er 18 km/klst.

23) Þegar Kolbrún kaupmaður kaupir 100 kg af appelsínunum er 99% af þyngd þeirra vatn. Hún stillir þeim upp til sölu úti í sólinni þar sem hluti vatnsins í þeim gufar upp. Hvað eru mörg kg eftir af appelsínunum þegar vatnið í þeim hefur minnkað svo mikið að það sé aðeins 98% af þyngdinni?

Svar: Efnið sem er ekki vatn er 1% af 100 kg = 1 kg. Þegar 1 kg er 2% af þyngdinni er þyngdin alls 50 kg því $1/50 = 2\%$.

24. Tveir jólasveinar hitta hóp af börnum. Annar lítur yfir hópinn, kíkir svo í pokann sinn og segir: „Ef ég skipti eplunum mínum milli barnanna svo öll fái jafnmörg epli þá verða 4 epli afgang.“ Hinn jólasveinninn ber sig eins að og segir: „Ef ég skipti eplunum mínum milli barnanna svo öll fái jafnmörg epli þá verða 5 epli afgang.“ Þá segir fyrri jólasveinninn: „En ef við setjum eplin okkar í einn poka og skiptum svo á milli þá verða bara 2 epli afgang og við getum borðað þau sjálfir.“ Hvað voru mörg börn í hópnum?

Svar: 7

Ef 2 epli ganga af þegar $(4 + 5) = 9$ eplum er skipt á milli þá hljóta börnin að vera 7 því:

Ef þau væru 2 gengi 1 af;
Ef þau væru 3 gengju 0 af;
Ef þau væru 4 gengi 1 af;
Ef þau væru 5 gengju 4 af;
Ef þau væru 6 gengju 3 af;
Ef þau væru 8 gengi 1 af;
Ef þau væru 9 gengi ekkert af;
Ef þau væru fleiri en 9 gengju 9 af.

25) Þegar Jón og Gunna giftu sig áttu þau bæði börn. Eftir giftingu eignuðust þau svo nokkur börn saman og nú er barnahópurinn sem þau eiga orðinn nokkuð stór, eða alls 16 krakkar. Af þessum 16 börnum eiga 12 Gunnu fyrir móður og 11 eiga Jón fyrir föður. Hvað eiga Jón og Gunna mörg börn saman?

Svar: 7 (því $12 + 11 = 23$ svo 7 börn eru tvítalin).

26) Þegar Leifur hrossabóndi í Miklabæ dó átti hann 71 hest. Í erfðaskrá sem hann lét eftir sig stóð að börn hans skyldu erfa hestana sem hér segir:

- Líska skyldi fá þriðjung af hestunum.
- Láki skyldi fá fjórðung af hestunum.
- Lína skyldi fá einn sjötta hluta af hestunum.
- Lotta skyldi fá einn áttunda hluta af hestunum.
- Linda skyldi fá einn níunda hluta af hestunum.

Systkinin sáu strax að ekki væri hægt að skipta hrossunum samkvæmt fyrirmælum erfðaskrárinnar án þess að hluta einhverja skepnuna í sundur og það gátu þau ekki hugsað sér. Þau kölluðu í Laufeyju lögfræðing og báðu hana að hjálpa sér. Laufey kom ríðandi á hestinum sínum og sagði að þetta væri ekki mikið mál. Ef hún bætti sínum hesti í hópinn yrðu þetta alls 72 hestar og hægt að skipta þeim þannig að:

- Líska fengi þriðjung af hestunum, þ.e.a.s. $72/3 = 24$ hesta.
- Láki fengi fjórðung af hestunum, þ.e.a.s. $72/4 = 18$ hesta.
- Lína fengi einn sjötta hluta af hestunum, þ.e.a.s. $72/6 = 12$ hesta.
- Lotta fengi einn áttunda hluta af hestunum, þ.e.a.s. $72/8 = 9$ hesta.
- Linda fengi einn níunda hluta af hestunum, þ.e.a.s. $72/9 = 8$ hesta.

Þetta þótti systkinunum þjóðráð. Þau kvöddu Laufeyju lögfræðing með virktum og héldu glöð og ánægð burt, hvert með sína hesta. Laufey steig á bak hrossinu sem hún kom á og reið aftur heim til sín. Hve mörg af systkinunum fengu meira en þeim bar samkvæmt erfðaskránni?

Svar: Öll (því fyrir hverja jákvæða heiltölu, n , gildir að $72/n > 71/n$).

Þriðji hluti

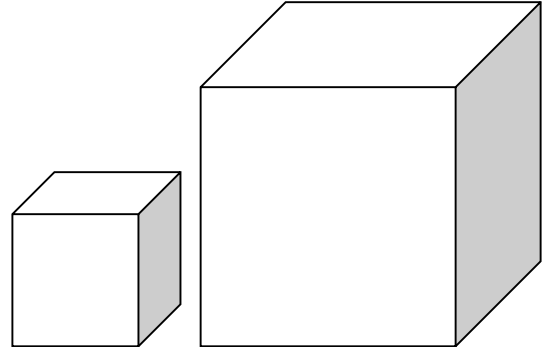
10 stig af 100

Í þessum hluta er 1 dæmi. Fyrir rétt svar fást 5 stig og fyrir rétta útreikninga sem eru skilmerkilega upp settir fást allt að 5 stig.

27) Tveir teningar eru þannig gerðir að lengd kantanna á þeim mælist í heilum metrum. Annar teningurinn hefur tvöfalt lengri kanta en hinn.

Svo vill til að sé rúmmál þeirra í rúmmetrum lagt saman fæst sama tala og samanlagður metrafjöldi allra kantanna á þeim báðum.

Reiknaðu út hvað hvor teningur er margir rúmmetrar?



Svar: Köllum lengd brúna á minni teningnum n . Lengd brúna á þeim stærri er þá $2 \times n$. Samtals er lengd brúnanna þá $12 \times n + 12 \times 2 \times n = 36 \times n$.

Rúmmál minni teningsins er n^3 og rúmmál þess stærri er $(2 \times n)^3 = 8 \times n^3$. Samanlagt rúmmál beggja er þá $9 \times n^3$.

Í forsendum segir að samanlögð lengd brúna sé jöfn samanlögðu rúmmáli sem þýðir að $9 \times n^3 = 36 \times n$. Af þessu leiðir að $n^2 = 4$ og $n = 2$.

Minni teningurinn er því $2^3 = 8$ rúmmetrar og sá stærri $(2 \times 2)^3 = 64$ rúmmetrar.