

Stærðfræðiþraut fyrir nemendur Fjölbrautaskóla Vesturlands

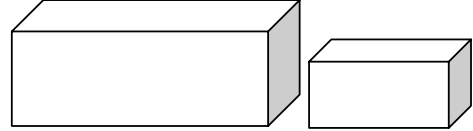
Lögð fyrir þann 7. október 2004 klukkan 14:20 til 15:20

Sýndu alla útreikninga.

Fyrir hvert dæmi eru gefin 0, 5 eða 10 stig.

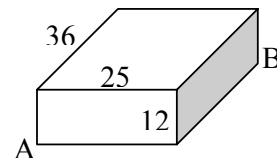
Til að fá 10 stig þurfa útreikningar að vera réttir og settir fram með skýrum og skiljanlegum hætti.

1. Kubbarnir á myndinni eru eins í laginu. Sá minni er 60cm á hæð og 1m^3 . Sá stærri er 90cm á hæð. Hvert er rúmmál stærri kubbsins?



2. Fótbolta er sparkað upp frá jörðu. Upphafshraði hans í lóðrétta stefnu er 10m/sek. Fjarlægð hans frá jörðu að t sekúndum liðnum er $10t - 5t^2$. Hvað er boltinn lengi á lofti áður en hann lendir aftur á jörðinni?
3. Bóndinn á Hóli á þrjá hunda, Snata, Vask og Kát. Þessir hundar eru mjög reglusamir og fylgjast vel með tímanum. Snati rekur upp gelt á nákvæmlega 35 mínútna fresti. Vaskur geltir á nákvæmlega 14 mínútna fresti og Kátur rekur upp gelt með 15 mínútna millibili. Á miðnætti gelta þeir allir í kór. Hvað er klukkan þegar þeir gelta aftur samtímis allir þrír.
4. Ávaxta kaupmaður kaupir 100 kg af appelsínunum. 99% af þyngd þeirra er vatn og 1% önnur efni. Kaupmaðurinn geymir appelsínurnar í nokkra daga og á meðan gufar hluti vatnsins upp úr þeim og þær skorpna dálítið þannig að vatnið verður aðeins 98% af þyngd þeirra en önnur efni 2%. Hvað hafa appelsínurnar þá lést um mörg kg?
5. Gefin er jafnan $ax^2 - by^2 = 1$. Einnig er gefið að:
ef $x=3$ þá er $y=2$ og
ef $x=9$ þá er $y = \sqrt{52}$
Hvaða tölur eru a og b?
6. Reikniaðgerðin # er aðeins skilgreind fyrir tölurnar 0 og 1 og
 $x \# y = 1$ ef $x=0$ og $y=0$
 $x \# y = 0$ ef $x=1$ eða $y=1$
Hvaða gildi geta x og y haft ef
 $(x \# y) \# (y \# x) = 0$
7. Ari kastar upp krónu nokkrum sinnum og telur hve oft fiskurinn kemur upp. Birna kastar upp krónu einu sinni oftar en Ari (þannig að ef Ari kastar n sinnum kastar Birna n+1 sinnum) og telur hve oft fiskurinn kemur upp. Hvað eru miklar líkur á að fiskurinn komi oftar upp hjá Birnu en hjá Ara?

8. Réttþyrndur kassi liggur á gólfi. Hann er 12cm hár, 36cm langur og 25cm breiður. Maur áfomar að ganga yfir kassann frá horninu A til hornsins B. Bæði þessi horn eru niðri við gólf en maur munar ekkert um að ganga upp lóðrétta hlið og komast þannig upp á kassann. Hvað er stysta leið sem maurinn getur valið löng?



9. Við erum vön að nota tíu fyrir grunntölu. En ef við notuðum t.d. grunntöluna fimm þá væri
 $1432 = 1 \times 5^3 + 4 \times 5^2 + 3 \times 5 + 2$.
Finndu lægstu tölu sem endar á tveim núllum hvort sem hún er rituð í talnakerfi með grunntöluna 4 eða í talnakerfi með grunntöluna 5.
10. Á hvaða tölustaf endar talan 2^{2004} ?